Notons P_n la proposition 4^n+5 est un multiple de 3, c'est-à-dire que 4^n+5 est de la forme $3\times q$ pour un entier q.

a) Vérifions que la proposition P_0 est vraie.

On a $4^0+5=1+5=6=3\times 2$ donc la proposition P_0 est vraie.

b) Fixons un entier naturel n et montrons que si la proposition P_n est vraie, alors la proposition P_{n+1} est vraie.

Supposons que la proposition P_n est vraie (hypothèse de récurrence), c'est-à dire supposons qu'il existe un entier q tel que

$$4^n+5=3q.$$

Montrons qu'alors la proposition P_{n+1} est vraie, c'est-à-dire montrons qu'il existe un entier q' tel que

$$4^{n+1}+5=3q'.$$

En effet,

$$\begin{aligned}4^{n+1}+5&=4\times 4^n+5\\&=4\times(3q-5)+5\\&=12q-15\\&=3\times(4q-5)\\&=3q' \text{ avec } q'=4q-5.\end{aligned}$$

c) Ainsi, d'après le principe de récurrence, toutes les propositions P_n sont vraies.